

文章编号: 1671-6612 (2026) 02-164-07

圆柱腔内不同恒温热源下自然对流换热特性分析

窦应战 李 筛 胡 平 费相人

(中国市政工程华北设计研究总院有限公司成都分公司 成都 610041)

【摘 要】 圆形套管空腔内横截面的自然对流因几何约束和流动耦合效应会极大影响管道间的换热, 深入研究其机理具有重要科学与工程价值。研究聚焦于圆柱腔内不同数量圆形热源下自然对流换热特性。旨在揭示内热源数量对自然对流流动及传热特性的影响规律, 并探讨内热源数量对传热特性的影响机制。采用数值模拟方法, 对计算模型中的温度等值线、努塞尔数 (Nu)、瑞利数 (Ra) 以及无量纲温度 (θ) 进行系统分析。结果表明, 随着 Ra 的增加, 流动由粘性力主导的单一对称涡旋逐渐演变为浮升力驱动的多涡旋湍流, 传热效率提升 3.3 倍; 增加内热源数量使平均努塞尔数线性增长, 但无量纲温度 (θ) 的增加导致温度分布的不均性增强; 在圆柱几何顶点 (90°) 由于等温线稀疏, 导致热通量较小, 努塞尔数出现最小值, 相反在几何低点 (270°) 点努塞尔数出现最大值。研究为优化热管理系统提供了重要的理论依据, 特别是在涉及多个热源和高瑞利数的情况下, 通过调整内热源数量, 可以有效控制流速分布和温场分布, 从而优化流体动力学性能和热传递效率。

【关键词】 自然对流; 传热; 有限元法; 多热源

中图分类号 TK124 文献标志码 A

Analysis of Natural Convection Heat Transfer Characteristics in a Cylindrical Cavity with Different Constant-Temperature Heat Sources

Dou Yingzhan Li Shai Hu Ping Fei Xiangren

(North China municipal engineering design and research institute Co., Ltd, Chengdu, 610041)

【Abstract】 The natural convection in the cross section of the circular casing cavity will greatly affect the heat transfer between the pipes due to geometric constraints and flow coupling effects. It is of great scientific and engineering value to study its mechanism. This study zeroes in on the natural convection heat transfer characteristics within a cylindrical cavity, examining scenarios with varying numbers of circular heat sources. The overarching goal is to elucidate how the number of internal heat sources impacts the natural convection flow and heat transfer characteristics, as well as to unravel the underlying mechanisms governing these influences. Utilizing numerical simulation techniques, we conducted a comprehensive analysis of the computational model, focusing on isotherms, the Nusselt number (Nu), the Rayleigh number (Ra), and the dimensionless temperature (θ). Our findings reveal that as the Rayleigh number (Ra) escalates, the flow transitions from a single symmetrical vortex dominated by viscous forces to a multi-vortex turbulent state propelled by buoyancy forces, with the heat transfer efficiency soaring by a factor of 3.3. An increase in the number of internal heat sources prompts a linear upsurge in the average Nusselt number. However, the concurrent rise in dimensionless temperature (θ) exacerbates the unevenness of the temperature distribution. Notably, at the cylindrical geometric vertex (90°), the sparsity of isotherms results in a diminished heat flux and a minimal Nusselt

基金项目: 中国市政工程华北设计研究总院有限公司自立科研项目 (No.2024-35-CHD)

作者 (通讯作者) 简介: 窦应战 (1979-), 男, 本科, 高级工程师, E-mail: 648764945@qq.com

收稿日期: 2025-06-20

number. In stark contrast, the Nusselt number peaks at the geometric low point (270°). This research furnishes a robust theoretical foundation for optimizing heat management systems. Particularly in contexts involving multiple heat sources and high Rayleigh numbers, adjusting the number of internal heat sources emerges as an effective strategy to modulate the flow velocity distribution and temperature field distribution, thereby enhancing fluid dynamic performance and heat transfer efficiency.

【Keywords】 Natural convection; Heat transfer; Finite element method; Multiple heat sources

0 引言

自然对流作为无外力驱动下的流体运动形式,广泛存在于能源系统、电池热管理、电子设备冷却以及建筑环境控制等领域^[1,2]。特别是在环形几何结构中(如同心圆柱、多层管道),由温度梯度引发的自然对流因几何约束和流动耦合效应,其传热特性显著区别于开放空间或简单平板结构^[3,4]。例如,圆柱形锂离子电池的电池热管理^[5]、紧凑型空对空换热器^[6]的设计等均依赖于对环形空间内自然对流的深入理解。因此,研究环形结构内的自然对流机理具有重要的科学与工程价值。

近年来,针对同心圆柱间的自然对流,已有大量研究聚焦于单层环形空间的流动与传热特性。Kuehn 和 Goldstein^[7]使用马赫-曾德尔干涉仪通过实验确定了同心圆柱间温度的分布规律和局部传热系数,结果表明圆柱内边界层中的径向温度和圆柱内局部热通量与瑞利数成正比。对于相同的参数范围,环中的最大流函数和角速度与瑞利数成正比。Krakov 和 Nikiforov^[8]研究了内圆柱体的形状和磁场梯度的大小对传热的影响,研究表明载流导体产生的磁场强度不足以与引力对流竞争且导体形状对传热强度(在 30%范围内)的影响仅在低瑞利数时显著。Joo-Sik^[9]对两个水平同心圆柱体之间环形中自然对流中的双稳态解进行了数值研究,研究发现当基于间隙宽度的瑞利数超过某个临界值时,可以实现双稳态二维(2-D)流。不同于同心圆柱体, Darzi^[10]和 Mehryan^[11]对偏心水平环内的自然对流进行了数值研究,表明增加环偏心率并将内圆柱体向顶部移动往往会抑制环中的热传递。除此之外,在同心圆柱体间填充新型材料以研究其对自然对流特性的影响,已成为当前的重要课题。ZiTao Yu 和 Xu Xu 等^[12]使用现有模型预测,在存在具有四个不同体积分数的铜纳米颗粒的情况下,水的有效热物理特性。结果表明,随着纳米颗粒的体积分数的增加,在恒定的瑞利数字下,努塞尔数逐渐降低。Roy N C 等^[13]研究了由两个同心圆柱界

定并充满流体饱和多孔介质的反应器中的自然对流和含有热产生流体的非衡量多孔培养基。以上这些研究都是基于内部存在一个内热源的情况,与这些研究不同, Amjad 和 Tahar^[14]通过两个不同加热方式的圆形圆柱体,研究了放热反应对复杂绝热外壳中纳米封装相变材料(NEPCMS)颗粒悬浮液热行为的影响。陈礼^[15]研究通过数值算法分析了顶部散热的矩形空腔内,竖壁上均匀布置离散热源时的自然对流传热特性以及瑞利数和空腔高宽比对流动形态与传热效果的影响。王迪^[16]基于底部有双热源的方腔模型,研究了热源位置对传热特性的影响。

根据上述文献综述,以前似乎没有报道过对圆柱腔内不同数量圆形热源下自然对流的分析。因此本研究聚焦于圆柱体内部存在不同数量热源时,由温差驱动的自然对流流动与传热特性。采用数值模拟方法,对计算模型中的温度等值线、努塞尔数(Nu)、瑞利数(Ra)以及无量纲温度(θ)进行系统分析,以揭示内热源数量对自然对流流动及传热特性的影响规律。

1 模型分析

1.1 物理模型

由于外壳在轴向上可视为无限长,因此其物理特性可通过二维环形横截面进行研究(见图 1),这种简化方法是合理的。环间的半径比(R_r)定义为外圆柱体半径与内圆柱体半径之比,即 $R_r=R/r$,控制图 1(a)(b)(c)(d)内圆的总周长相同。其中内热源周长与外热源周长比为 0.4,多内热源(a, b, c)三种模型保持内热源的外接圆半径相同。工作流体最初是静态的,并在初始温度 T_0 上保持恒温。施加在外圆上的温度始终等于初始温度,即 $T_c=T_0$ 。内筒温度为恒温 T_h ($T_h>T_c$),此后保持在此温度下(对于 $t>0$)。参考温度被选为两个边界温度的平均值,即 $T_{ref}=(T_c+T_h)/2$ 。并将所有尺寸参数,热力学参数无量纲化。

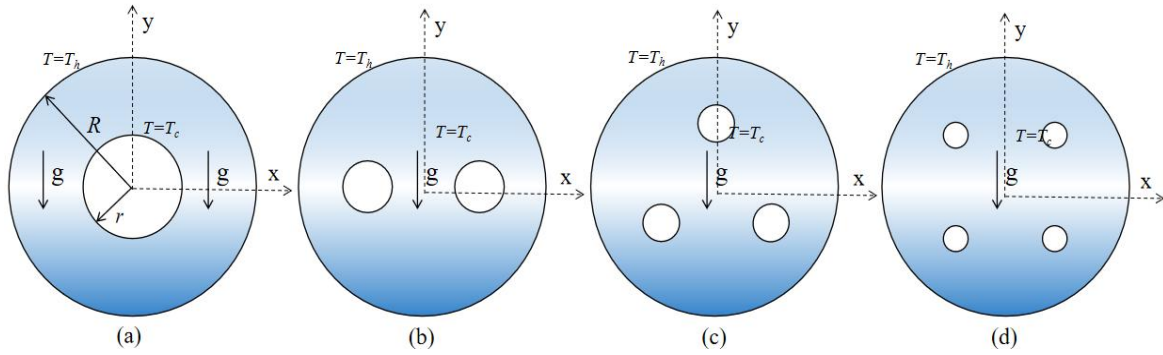


图 1 物理模型

Fig.1 Physical model

1.2 数学模型

$$\nabla^* \cdot u^* = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial t} + (u^* - w^*) \cdot \nabla^* u^* = \tag{2}$$

$$-\frac{1}{\rho_f} \nabla^* P^* + \nu_f \nabla^{*2} u^* + \beta g (T - T_c)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (u^* - w^*) \cdot \nabla^* T = \alpha_f \nabla^{*2} T \tag{3}$$

式中： u^* 为流体速度矢量； w^* 为坐标系得速度矢量； P^* 为流体压力； ρ_f 为流体密度； T 为流体温度； ν_f 为流体运动粘度； β 为流体的热膨胀系数； g 为重力加速度； T_c 为壁面边界温度； α_f 为流体的热扩散系数。

无量纲化：

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, R_1 = \frac{\eta}{H}, R_o = \frac{v_0}{H}, U = \frac{uH}{q},$$

$$V = \frac{\nu H}{q'}, P = \frac{\rho H^2}{\rho_f q_f^3}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \nu_f = \frac{\mu_f}{\rho_f} \tag{4}$$

$$Ra = \frac{\rho_f \beta (T_h - T_c) L^3}{\nu_f \alpha_f}, Pr = \frac{\mu_f}{\rho_f \alpha_f}$$

$$c_p = 1047.63657 - 0.372589 \times T + 9.453042 \times 10^{-4} \times T^2 - 6.024094 \times 10^{-7} \times T^3 + 1.285896 \times 10^{-10} \times T^4$$

$$\lambda = -0.002275 + 1.1548002 \times 10^{-4} \times T - 7.902528 \times 10^{-8} \times T^2 + 4.117025 \times 10^{-11} \times T^3 - 7.438643 \times 10^{-15} \times T^4$$

$$\mu = -8.38278 \times 10^{-7} + 8.357173 \times 10^{-8} \times T - 7.694296 \times 10^{-11} \times T^2 + 4.64372 \times 10^{-14} \times T^3 - 1.065856 \times 10^{-17} \times T^4 \tag{11}$$

$$\rho = \frac{P}{R_{specific} * T}$$

连续性方程：

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{5}$$

动量方程：

$$\rho_f \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu_f \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \tag{6}$$

$$\rho_f \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu_f \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

能量方程：

$$\rho_f c_f \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda_f \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \tag{7}$$

热表面的努塞尔数：

$$Nu = -\frac{\partial \Theta}{\partial \varphi} - \phi Nc \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi} \tag{8}$$

平均努塞尔数：

$$\overline{Nu} = \frac{1}{92\pi RS} \int_0^9 Nu(\vartheta) d\vartheta \tag{9}$$

$$S = \frac{\vartheta}{360} \tag{10}$$

物性参数参考空气物性，设定随温度变化的变温参数，如式（11）所示。

2 模型验证

为了验证数值模拟的可靠性，我们进行了两组对比验证：首先，在图 2 中将模拟结果与 Kuehn

和 Goldstein^[7] 的实验数据进行了对比 ($Ra=2.33 \times 10^5$, $Pr=6.19$, 半径比 $R/r=0.8$)：二者图示的等温线结果表现出高度的一致性。其次，在图 3

中与 H Saleh^[17]的数值模拟结果进行了对比, Nu 数最大相对误差仅为 2.5%。两组对比结果均显示出良好的一致性, 充分证明了本文数值模拟方法的准确性。

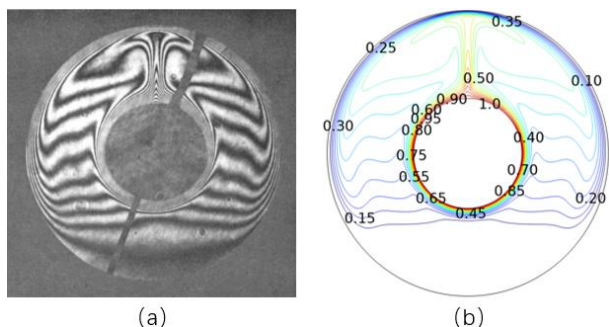


图 2 $Ra=2.33 \times 10^5$, $Pr=6.19$ 时当前模拟 (b) 与实验 (a) 等温线的对比

Fig.2 Comparison of isotherms between the current simulation (b) and experiment (a) at $Ra=2.33 \times 10^5$ and

$Pr=6.19$

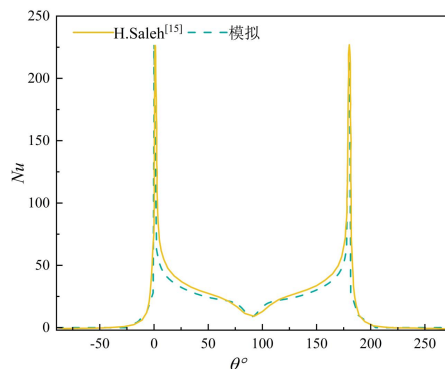


图 3 模拟的局部努塞尔数 Nu 与文献对比

Fig.3 Comparison of simulated local Nusselt number (Nu) with literature

为确保仿真结果的准确性和可靠性, 本研究进行了网格无关性验证。如图 4 所示, 通过系统地改变网格最大单元尺寸 ($1/h_1$), 计算了圆形空腔内的无量纲温度 (θ) 以评估网格无关性。结果表明, 随着网格分辨率的提高, θ 值逐渐收敛至稳定解。当 $h_1=16$ 时, 对应的最大网格单元尺寸为 0.0625cm , 此时 θ 值的相对误差不超过 0.003% , 表明进一步加密网格对结果影响可忽略。因此, 最终选取 $h_1=16$ 作为计算网格尺寸, 兼顾了计算效率与结果精度。

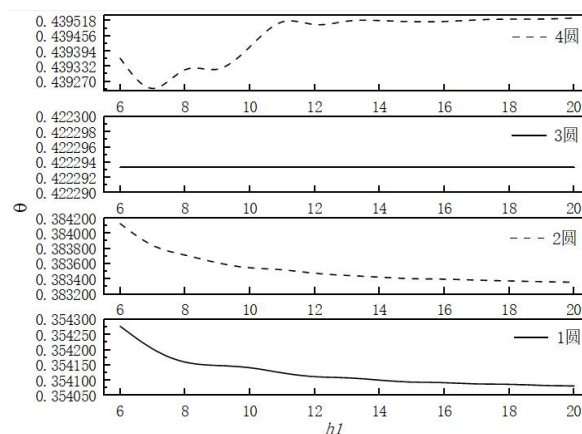


图 4 网格无关性验证

Fig.4 Grid independence validation

3 结果分析

图 5 为圆柱体腔内的流线和温度场分布图。可看出自然对流的流动与传热特征在不同瑞利数 (Ra) 下呈现出显著的递进规律。当 Ra 数较低时 (1×10^3), 浮升力相对较弱, 此时粘性力占据主导地位, 流线在单内圆环表现为单一对称的环流结构。等温线在内圆附近密集分布, 而在外圆处则较为稀疏, 热边界层清晰可辨, 核心区的温度分布较为均匀, 传热过程主要以导热为主。随着瑞利数的增大, 浮升力逐渐增强, 流线开始出现次级涡旋或局部扰动现象, 主涡旋的位置向上偏移。等温线弯曲并向上延伸, 形成热羽流结构, 空腔内侧的温度梯度增加, 边界附近的温度梯度减小, 热边界层变薄, 对流的贡献显著提升。比较不同热源情况下的流动传热情况, 由于多个热源引起的对流循环相互作用, 导致流动模式和温度分布变得更加复杂。多热源的相互作用打破了单个热源周围流场和温度场的对称性与独立性, 改变了热源附近的局部压力梯度, 从而使驱动流体运动的浮升力发生改变, 导致主涡流中心向下侧移动。同时产生的涡流使得热源边界处的流速增大, 迫使温度较低的更多流体来接触壁面, 增强了流体掺混, 使得传热效率增强。尤其是在高瑞利数时, 多热源圆柱体中会出现多个涡流结构, 传热效率因此得到显著提高。

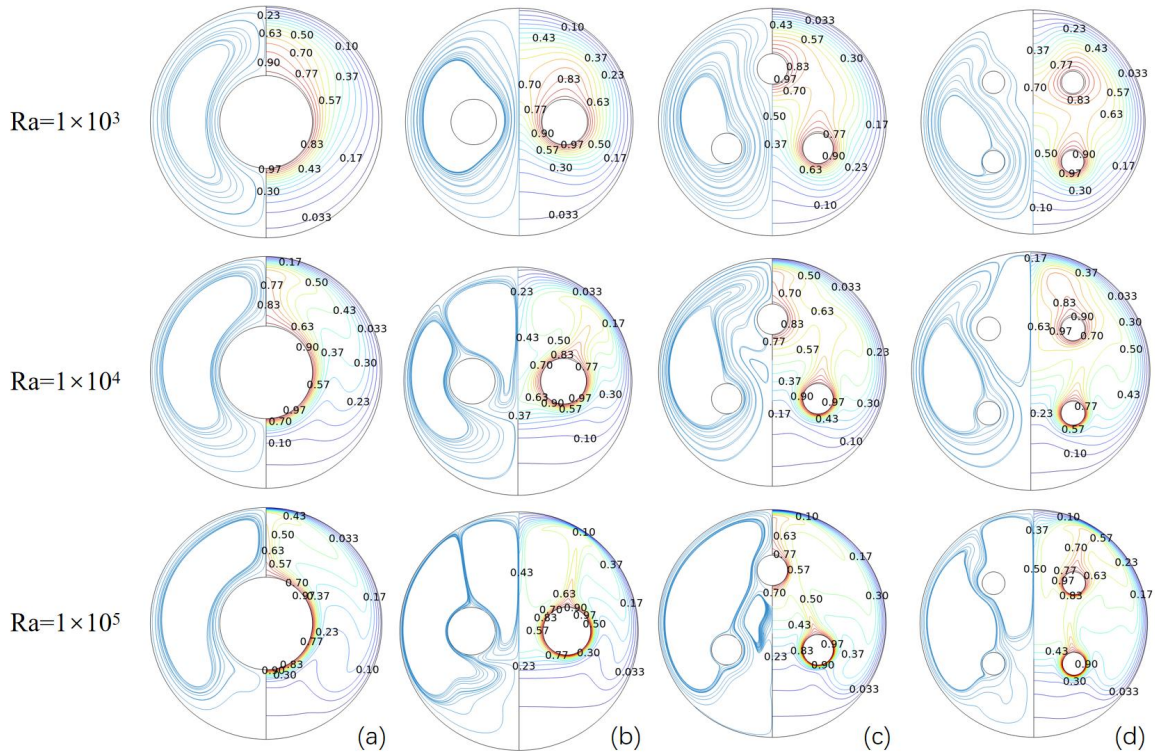


图 5 流线和等温线图

Fig.5 Streamlines and isotherms diagram

图 6 展示了在不同数量内热源条件下，平均努塞尔数 Nu_{avg} 和无量纲温度 θ 随瑞利数 Ra 变化的趋势。可以看出，在所有工况下，随着 Ra 的增大， Nu_{avg} 和 θ 均呈上升趋势，且在低 Ra 数时变化更为明显。这说明 Ra 数增大促进了自然对流的增强，

从而提升了整体的传热效率，并使温度分布趋于均匀，特别是在中心区域的温度有所降低。这是因为对流增强使热量能够更快地从高温区域传递到低温区域，从而降低了局部温度。

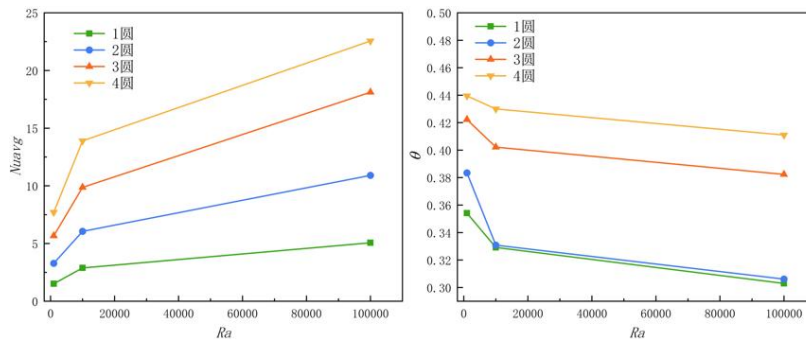


图 6 平均努塞尔数 (Nu_{avg})，无量纲温度(θ)随瑞利数变化

Fig.6 Average Nusselt number (Nu_{avg}) and dimensionless temperature (θ) variation with Rayleigh number

在 $Ra=10^5$ 的条件下，进一步研究了不同内热源数量对传热和温度分布的影响。如图 7 所示，随着内热源数量的增加，平均努塞尔数表现出较为明显的线性增长趋势，说明增加内热源数量有助于强化传热。内热源的存在增强了流体扰动，激发了更

复杂的涡流结构，进而促进了热量的快速扩散，提高了换热效率。然而，无量纲温度也随内热源数量的增加而升高，表明温度分布出现了一定程度的不均匀性。尤其是在热源数量较多的情况下，热量在局部区域易于堆积，导致温度上升。但值得注意的

是, 在内热源数为 2 时, 无量纲温度的增幅较小, 这是因为双热源结构形成了两个稳定的涡流区, 增

强了对流换热效率, 使温度场更趋均匀。

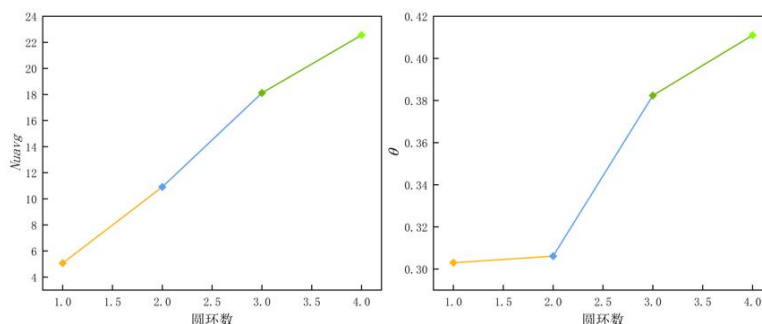


图 7 平均努塞尔数 (Nu_{avg}), 无量纲温度(θ)随内热源数量变化, $Ra=10^5$

Fig.7 Average Nusselt number (Nu_{avg}) and dimensionless temperature (θ) variation with the number of internal heat sources, $Ra=10^5$

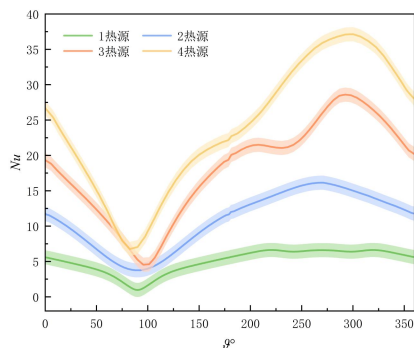


图 8 热源数量对 $Ra=10^5$, $Pr=0.967$ 时局部努塞尔数 Nu 的影响

Fig.8 Effect of heat source quantity on local Nusselt number Nu at $Ra=10^5$, $Pr=0.967$

图 8 定量表征了内热源数量对局部努塞尔数 Nu 的空间分布特征及传热强化的影响机制 ($Ra=10^5$, $Pr=0.967$)。结果显示, 在四种工况下局部努塞尔数 Nu 的角向分布呈现显著共性规律: 在极角 $\vartheta=90^\circ$ (几何顶点) 处均出现传热性能最低值, 而在 $\vartheta=270^\circ$ (几何底点) 则达到峰值。这种机制可通过热-流耦合机制阐释: 顶点区域 (90°) 因浮升热羽流的垂直发展导致等温线稀疏化, 壁面法向温度梯度减小, 致使热通量显著降低; 而底点区域 (270°) 受下沉冷流体的冲击效应驱动, 等温线密度增加, 形成强化传热边界层。随着热源数量从 1 个增至 4 个, 整体传热效率呈现阶梯式提升, 最大 Nu 值由 6.6 递增至 37.1, 增幅达 462%。这种强化效应源于相邻热源产生的热羽流发生相互干涉, 诱导二次涡旋生成, 进而增强浮升力的驱动作用。 $Nu-\vartheta$ 曲线的周期性波动则揭示了多热源布局

对流动模式的重构作用-在 $\vartheta=120^\circ$ 和 $\vartheta=300^\circ$ 等方位角处, 交替出现的流动加速区与滞止区导致局部传热系数的规律性变化。

4 结论

本研究通过数值模拟深入探讨了圆柱腔内不同数量圆形热源下的自然对流换热特性, 重点分析了瑞利数 (Ra) 及热源数量对流动与传热的影响, 揭示了浮升力、粘性力与几何结构的协同作用机制。主要结论如下:

(1) 随着 Ra 的增加, 流动由粘性力和导热主导的单一对称涡旋逐渐演变为浮升力驱动的多涡旋湍流, 传热效率提升 3.3 倍。

(2) 增加内热源数量能够显著提高平均努塞尔数 Nu_{avg} , 但也导致无量纲温度分布的不均匀性增加, 呈现多涡结构。特别是在高瑞利数条件下, 圆柱体内的多热源配置通过引发多个涡流结构, 进一步优化了热量的传递过程。

(3) 在圆柱几何顶点 ($\vartheta=90^\circ$) 由于等温线稀疏, 导致热通量较小, 努塞尔数出现极小值, 相反在几何低点 ($\vartheta=270^\circ$) 点努塞尔数出现极大值。

本研究的结果对优化涉及多个热源的自然对流热管理系统具有重要工程意义。在实际工程应用中, 特别是在高瑞利数的环境下, 如电池热管理、电子设备冷却等领域, 合理调整内热源数量和几何结构, 可以有效提升热交换效率, 优化温度分布, 并避免因局部温度过高 (几何低位) 而引起的热损伤问题。通过对流和温度场的精确调控, 能够提高热系统的稳定性和性能, 为工程设计提供理论依据

和优化方案。

参考文献:

- [1] Tao Y B, He Y L. Effects of natural convection on latent heat storage performance of salt in a horizontal concentric tube[J]. *Applied Energy*, 2015,143:38-46.
- [2] Roschina N A, Uvarov A V, Osipov A I. Natural convection in an annulus between coaxial horizontal cylinders with internal heat generation[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2005,48(21-22): 4518-4525.
- [3] Masoumi H, Aghighi M S, Ammar A, et al. Laminar natural convection of yield stress fluids in annular spaces between concentric cylinders[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2019,138:1188-1198.
- [4] Hideki R, El Motoaki L, Bookend M, et al. Natural convection heat transfer analysis of a nano-encapsulated phase change material (NEPCM) confined in a porous square chamber with two heat sources[J]. *Journal of Energy Storage*, 2023,73:108924.
- [5] Jilte R, Afzal A, Akbulut Ü, et al. Battery thermal management of a novel helical channeled cylindrical Li-ion battery with nanofluid and hybrid nanoparticle-enhanced phase change material[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2023,216:124547.
- [6] Jin Z, Yang Z, Li X, et al. Dynamics and heat transfer characteristics on tube side and shell side of micro-tube compact air-to-air heat exchanger[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2025,259:124895.
- [7] Kuehn T H, Goldstein R J. An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1976,74(4):695-719.
- [8] Krakov M S, Nikiforov I V. Influence of the shape of the inner boundary on thermomagnetic convection in the annulus between horizontal cylinders: Heat transfer enhancement[J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2020,153:106374.
- [9] Yoo J S. Dual steady solutions in natural convection between horizontal concentric cylinders[J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 1996,17(6):587-593.
- [10] Darzi A R, Farhadi M, Sedighi K. Numerical study of melting inside concentric and eccentric horizontal annulus[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2012,36(9): 4080-4086.
- [11] S A Mehryan, M Ghalambaz, L S Gargari, et al. Natural convection flow of a suspension containing nano-encapsulated phase change particles in an eccentric annulus[J]. *Journal of Energy Storage*, 2020,28:101236.
- [12] Yu Z T, Xu X, Hu Y C, et al. A numerical investigation of transient natural convection heat transfer of aqueous nanofluids in a horizontal concentric annulus[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2012, 55(4):1141-1148.
- [13] Roy N C, Gorla R S R. Natural convection of a chemically reacting fluid in a concentric annulus filled with non-Darcy porous medium[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018,127:513-525.
- [14] Pasha A A, Tayebi T, Mottahir Alam Md, et al. Efficacy of exothermic reaction on the thermal-free convection in a nano-encapsulated phase change materials-loaded enclosure with circular cylinders inside[J]. *Journal of Energy Storage*, 2023,59:106522.
- [15] 陈礼. 矩形空腔内多个离散热源自然对流的数值分析[J]. *重庆大学学报(自然科学版)*, 1992,(4):7-14.
- [16] 王迪. 物理几何条件对多热源小空间自然对流换热的影响[D]. 长春: 吉林建筑大学, 2016.
- [17] Saleh H, Muhandaz R, Irma A, et al. Free convection from a localized heated cylinder with nano encapsulated phase change material and water in a square enclosure[J]. *Journal of Energy Storage*, 2022,56:106028.